

Ce projet s'intéresse à une représentation originale des matrices. Ces matrices s'écrivent sous la forme suivante:

$$M = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & M_k \end{pmatrix}$$

où $M_1 \dots M_k$ sont autant de matrices carrées. On remarquera dans un premier temps que toute matrice peut s'écrire sous cette forme, en choisissant $k = 1$. On appellera représentation la plus étroite l'écriture d'une matrice sous une telle forme avec k le plus grand possible. Dans le cas d'une matrice diagonale, on remarquera en particulier que la représentation la plus étroite est telle que $k = n$ où n est la taille de la matrice originelle.

L'objectif de ce projet est de mettre en avant l'impact de la représentation en mémoire de ces matrices sur les performances d'opérations simples. On considérera donc deux représentations possibles en mémoire : sous forme de tableaux de tableaux (représentation la plus simple) ou sous forme de liste de tableaux de tableaux (représentation étroite).

Question 1)

Programmer une fonction qui transforme une matrice carrée quelconque en sa représentation la plus étroite possible. Cette représentation sera implémentée sous la forme d'une liste de matrices carrées correspondant aux matrices $M_1 \dots M_k$.

Question 2)

Programmer la somme et le produit de matrices quelconques (tableaux de tableaux) et de matrices sous forme étroite. Comparer les performances selon des critères judicieux.

Question 3)

On s'intéresse maintenant au calcul du déterminant d'une matrice. Proposer une adaptation de la formule du déterminant dans le cas d'une matrice étroite.

Question 4)

Implémenter le calcul du déterminant dans le cas d'une matrice quelconque et dans le cas d'une matrice étroite. Comparer à nouveau les performances selon des critères judicieux.

Question 5)

On s'intéresse maintenant à la complexité des algorithmes utilisés. Exprimer en fonction de la taille n des matrices utilisées la complexité dans le pire et dans

le meilleur des cas pour tous les algorithmes présentés. Que pouvez-vous en conclure ?

Question 6)

Ouverture: Imaginer un modèle qui mènerait naturellement à des matrices étroites. Proposer des représentations autres qui mèneraient à des gains de performances pour certaines opérations. . .